

EL AULA INVERTIDA COMO PROPUESTA METODOLÓGICA EN EL ESTUDIO DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Dolores Viviana Ramírez
Colegio Isaac Newton, Quito Ecuador.
dramirez@isaacnewton.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0001-8409-5494>

Juan David Ramírez
Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
juan.ramirez@d@epn.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-9855-9835>

Autor para correspondencia: dramirez@isaacnewton.edu.ec

Recibido: 19/07/2024

Aceptado:

20/08/2024

Publicado: 22/09/2024

Resumen

Este artículo propone el uso de la metodología de aprendizaje invertido en la enseñanza de cálculo diferencial e integral en el bachillerato, diseñando una unidad didáctica completa para ocho sesiones de 40 minutos cada una. La propuesta se centra en combinar las actividades del aula activa con el trabajo colaborativo para fortalecer tanto la comprensión teórica como la práctica de los conceptos clave. Se busca desarrollar habilidades de resolución de problemas para promover un aprendizaje significativo. En consonancia con los

principios del constructivismo, se enfatiza el rol activo del estudiante en su propio proceso de aprendizaje, fomentando la autonomía y la creatividad. Esta propuesta, basada en la metodología innovadora del aprendizaje invertido, pretende facilitar el proceso de enseñanza y promover el desarrollo de habilidades autodidactas en los alumnos. Como resultado de este artículo se presenta el diseño de la unidad didáctica para que pueda ser una herramienta valiosa para la enseñanza del cálculo diferencial.

Palabras clave: aprendizaje invertido, cálculo diferencial e integral, unidad didáctica, constructivismo, autonomía del estudiante.

FLIPPED CLASSROOM AS A METHODOLOGICAL APPROACH IN THE STUDY OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

Abstract

This article proposes the use of the flipped learning methodology in teaching differential and integral

calculus at the high school level, designing a complete didactic unit for eight 40-minute sessions. The proposal



focuses on combining classroom activities with collaborative work to strengthen both theoretical understanding and the practice of key concepts. The aim is to develop problem-solving skills to promote meaningful learning. Consistent with constructivist principles, the active role of the student in their own learning process is emphasized, fostering autonomy and creativity. This proposal, based on the innovative methodology of flipped learning, aims

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia de la educación, se han demandado cambios en todos sus aspectos, desde los contenidos hasta las metodologías utilizadas, con el fin de adquirir conocimiento y satisfacer las necesidades de la comunidad educativa.

Se han identificado diversos modelos pedagógicos que han tenido impacto en los aspectos sociales y económicos a lo largo del tiempo: el modelo tradicional, donde el estudiante asume un rol pasivo y recibe conocimiento de forma receptiva; el modelo conductista, centrado en el manejo del comportamiento humano; el modelo naturalista, orientado al desarrollo de habilidades innatas; y el modelo constructivista, que busca potenciar las habilidades individuales para formar personas independientes y libres. (Viñoles, 2013)

Durante la primera mitad del siglo XIX, el conductismo predominó en el

to facilitate the teaching process and promote the development of self-learning skills in students. As a result of this article, the design of the didactic unit is presented so that it can be a valuable tool for teaching differential calculus.

Keywords: Flipped learning, Differential and integral calculus, Didactic unit, Constructivism, Student autonomy.

ámbito educativo, influenciado por investigaciones que postulaban que el comportamiento adecuado era producto de estímulos, y que el refuerzo y la repetición eran clave para dominar los contenidos (Ocaña, 2017). Sin embargo, la educación debe evolucionar para adaptarse a las demandas cambiantes de la sociedad. Aunque el modelo tradicional todavía prevalece en muchas instituciones, ya no es suficiente para satisfacer las necesidades de la comunidad. Por esta razón, surge un nuevo enfoque: el constructivismo.

El constructivismo se define como la construcción de ideas en un entorno sociocultural o físico. Es un concepto respaldado por filósofos, psicólogos y educadores, que sostienen que el conocimiento se construye a través de la interacción entre individuos y el mundo que les rodea. (Cattaneo, 2017)

La metodología del aula invertida se considera constructivista debido a sus

características, donde el docente actúa como guía y facilitador en las actividades, permitiendo que los estudiantes adquieran el conocimiento a través de experiencias. En este enfoque, los estudiantes son autónomos y trabajan los contenidos teóricos por sí mismos, mientras que aplican y consolidan el conocimiento en colaboración con sus compañeros bajo la orientación del maestro.

Esto optimiza los tiempos de aprendizaje y promueve la internalización activa del conocimiento por parte de los estudiantes (Flores, 2018). El enfoque del aula invertida implica un cambio en la dinámica tradicional de las clases. A diferencia del método expositivo, donde el docente es el principal transmisor de conocimiento, en el aula invertida se utilizan actividades que los estudiantes realizan fuera del aula, a menudo mediante el uso de plataformas digitales o acceso a recursos de información. Esto permite fortalecer los contenidos teóricos en casa, mientras que en el aula se aprovechan los tiempos de trabajo para reforzar el aprendizaje, fomentar la colaboración entre estudiantes y facilitar la internalización y apropiación de la información.

Este enfoque busca promover un aprendizaje significativo, donde los contenidos se relacionen con situaciones de la vida real y se interioricen de manera más profunda. (Martínez- Olvera et al., 2014)

El aprendizaje invertido, también conocido como flipped classroom en inglés, ha transformado la dinámica tradicional de la educación al permitir que tanto estudiantes como docentes puedan trabajar en cualquier momento y lugar. Ya sea revisando videos durante un viaje en autobús o mientras se descansa en la cama, este nuevo enfoque educativo brinda acceso a la información de manera flexible, lo que empodera al estudiante para dirigir y guiar su propio proceso de aprendizaje. (Asens-Munté, 2015)

Jonathan Bergmann y Aaron Sams fueron pioneros en la implementación del concepto de aula invertida. Como profesores estadounidenses de ciencias, específicamente de Química en la preparatoria, observaron que podían apoyar el aprendizaje de estudiantes ausentes en las clases presenciales mediante la publicación de videos en internet. Estos videos permitían a los estudiantes revisar las actividades en su tiempo libre y cumplir con sus tareas. Con el tiempo, su idea no solo benefició a los estudiantes ausentes, sino también a aquellos que necesitaban repasar los contenidos. Además, sus video tutoriales se volvieron populares en varios países, lo que demuestra el impacto global de su enfoque educativo. (Berenguer-Albaladejo, 2016; Tortosa & Álvarez Teruel, 2016)

La enseñanza de las matemáticas conlleva desafíos adicionales en comparación con otras materias para



lograr la transmisión efectiva del conocimiento. Los estudiantes a menudo perciben las matemáticas como una materia complicada, en la que los símbolos, procesos, fórmulas, axiomas, teoremas, etc., requieren años de estudio para comprenderse completamente. Además, muchos estudiantes no logran ver la utilidad o las aplicaciones prácticas de las matemáticas en el mundo real. (Yesyd & Buitrago, 2021)

Varios estudiantes no logran apreciar cómo la naturaleza y gran parte de los avances tecnológicos se fundamentan en el lenguaje matemático y en procesos lógicos. Estos conceptos y entidades abstractas están presentes en todos los aspectos de la vida cotidiana, pero su comprensión profunda solo se logra a través de una sólida formación en matemáticas

Además, hay dificultades adicionales en el entorno educativo, como los intereses cambiantes de los estudiantes según su edad, la falta de apoyo por parte de las familias y la escasez de recursos para algunos docentes. En particular, aquellos que enseñan en áreas rurales pueden enfrentar limitaciones significativas en cuanto a acceso a tecnología y recursos educativos adecuados. Estas barreras pueden dificultar aún más la tarea de transmitir eficazmente los conceptos matemáticos y despertar el interés de los estudiantes en la materia. Afortunadamente, la tecnología ha revolucionado la forma en que compartimos conocimientos,

ofreciendo a los estudiantes aplicaciones y plataformas que facilitan el aprendizaje.

El aula invertida permite al docente optimizar su tiempo en clase al centrarse en aspectos prioritarios del conocimiento, ya que los estudiantes llegan a clase con una comprensión básica de los fundamentos teóricos. Trabajar fuera del aula agiliza el proceso educativo al descubrir y fortalecer conocimientos en casa para luego aplicarlos en actividades guiadas por el docente en clase.

Este nuevo enfoque pedagógico se apoya en medios digitales, como videos, que contienen el contenido temático. Los estudiantes absorben este conocimiento en casa y luego participan en actividades activas en el aula, como talleres individuales y grupales, que refuerzan la asimilación y aplicación de lo aprendido. En este proceso, el profesor desempeña un papel crucial como guía y facilitador en la consolidación de los conocimientos. (Fidalgo-Blanco et al., 2018)

Basándose en estos fundamentos, el objetivo de este artículo es proponer una unidad didáctica innovadora que aborde los conceptos del cálculo diferencial e integral mediante la implementación del modelo de aprendizaje invertido, diseñada específicamente para un curso de segundo año de bachillerato.



DESCRIPCIÓN METODOLÓGICA DE LA PROPUESTA

La estrategia de enseñanza conocida como aula invertida, aplicada a la enseñanza de cálculo integral y diferencial, implica un enfoque dual, en el cual, según lo señalado por (Salas- Rueda & Lugo-García, 2019), el estudiante asume el papel del instructor al explicar el material en clase. De esta manera, el estudiante comparte los conceptos teóricos adquiridos en casa con sus compañeros, mientras que el profesor posteriormente brinda refuerzo y corrección en caso de ser necesario. Este método de aprendizaje invertido se ha elegido debido a la evidencia que indica que enseñar a otros fortalece el propio conocimiento del individuo.

En cuanto al trabajo fuera del aula, los estudiantes dispondrán de presentaciones del material con organizadores gráficos para facilitar la comprensión, acompañados de ejemplos modelo que ilustran los algoritmos a seguir en cada tema. Además, se proporcionarán videos, preferiblemente grabados por los docentes para asegurar la alineación con los objetivos de la clase.

Aunque existen numerosos videos en línea, se sugiere que estos no excedan los 5 a 10 minutos de duración para mantener la atención del estudiante. Durante las clases presenciales, se fomentará el trabajo en grupo, utilizando dinámicas de clase activa como el trabajo entre pares y

colaborativo, para que los estudiantes compartan y refuercen su comprensión de los contenidos.

La formación de grupos estará a cargo del docente para asegurar un equilibrio y aprovechamiento óptimo del tiempo. Se proponen seis grupos de cuatro alumnos cada uno, con la posibilidad de trabajar en parejas o de forma individual según la actividad. Las actividades se organizarán en sesiones, algunas podrán repetirse en cada clase mientras que otras no requerirán ser retomadas. A continuación, se detallan algunas de las herramientas que se utilizarán en esta propuesta.

Google Classroom: Esta plataforma integrada con Gmail permite la creación de aulas virtuales donde los docentes pueden asignar tareas, cuestionarios y compartir materiales de estudio de diversos formatos. Además, facilita el seguimiento del progreso de los estudiantes, incluyendo un registro de calificaciones con espacio para observaciones.

Edpuzzle: Esta herramienta se integra con Google Classroom y permite la creación de tareas interactivas. Los docentes pueden subir videos, agregar notas de voz, insertar cuestionarios de opción múltiple y preguntas abiertas en los momentos específicos del video. Esto ayuda a reforzar la parte teórica y los conceptos clave de cada tema. Los videos pueden ser tanto creados por el docente como



seleccionados de la red, con la opción de editarlos según las necesidades.

Quizlet: Esta herramienta ofrece diversas formas de reforzar los contenidos mediante pruebas, juegos, tarjetas de memoria y fichas de aprendizaje. Los estudiantes pueden acceder a recursos interactivos que les ayudarán a repasar y consolidar lo aprendido en clase.

Para llevar a cabo esta propuesta, se requieren los siguientes recursos humanos y materiales:

Recursos Humanos:

- Personal docente capacitado y motivado, con disposición para aprender y mejorar constantemente sus prácticas pedagógicas.
- Directivos con mentalidad abierta, que fomenten la creatividad y apoyen la implementación de nuevas metodologías educativas.
- Estudiantes flexibles y dispuestos a adaptarse a los nuevos medios de enseñanza- aprendizaje.

Recursos Materiales:

- Dispositivos tecnológicos como computadoras, celulares o tabletas con acceso a internet, que permitan a los estudiantes participar en clases virtuales y acceder a los materiales de estudio.

- Conexión a internet para visualizar los materiales y realizar actividades en línea.
- Material didáctico y creativo para reforzar los contenidos en el aula, que puede incluir recursos audiovisuales, juegos educativos y herramientas interactivas.

Con estos recursos, se podrá implementar de manera efectiva el modelo de aula invertida y brindar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje enriquecedora y adaptada a las necesidades del siglo XXI.

Para garantizar el éxito de la implementación de esta metodología, es crucial seguir estos pasos:

- **Capacitación y socialización de plataformas:** Es fundamental asegurarse de que los estudiantes estén familiarizados con las plataformas a utilizar. Se puede realizar una sesión inicial donde se explique detalladamente cómo trabajar en cada una de ellas.
- **E**
Análisis del material: Antes de subir cualquier material a las plataformas, es necesario realizar un análisis minucioso para asegurarse de que sea relevante, claro y comprensible para los estudiantes. Esto garantizará una comprensión efectiva de los contenidos.

Explicación de la metodología: Se debe explicar a los estudiantes cómo funcionará el nuevo método de trabajo y cuáles son los



beneficios que ofrece. Es importante motivarlos para que participen activamente en el proceso y comprendan la importancia de su implicación.

- Creación de cuentas institucionales: Se debe crear una cuenta de Gmail institucional para cada estudiante, la cual será utilizada para acceder a las clases en Google Classroom. Esto facilitará la comunicación y el acceso al material de estudio.
- Uso de Google Classroom: Esta plataforma será el centro de operaciones, donde se compartirán las actividades y el material de estudio. Permite subir actividades interactivas de diversos programas en la red, lo que brinda flexibilidad en la creación y entrega de tareas.
- Revisión del material: Los estudiantes deben revisar el material adjunto en cada clase para reforzar la parte teórica y prepararse para las actividades que se realizarán en el aula o en línea.

Destrezas:

En esta propuesta didáctica, se abordarán las destrezas y criterio de desempeño de acuerdo con el currículo para la Educación General básica y Bachillerato General Unificado de Ecuador.

Las destrezas con criterio de desempeño corresponden al criterio de evaluación Criterio de evaluación “CE.M.5.5. Aplica el álgebra de límites como base para el cálculo diferencial

e integral, interpreta las derivadas de forma geométrica y física, y resuelve ejercicios de áreas y problemas de optimización” del currículo de Educación General básica y Bachillerato General Unificado (Ministerio de Educación, 2016).

Las destrezas que se trabajarán en esta propuesta didáctica incluyen:

“M.5.1.47. Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones polinomiales de grado ≤ 4 a partir del cociente incremental” (Ministerio de Educación, 2016).

“M.5.1.48. Interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) y física el cociente incremental (velocidad media) de funciones polinomiales de grado ≤ 4 , con apoyo de las TIC” (Ministerio de Educación, 2016).

“M.5.1.49. Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones polinomiales de grado ≤ 4 , con apoyo de las TIC” (Ministerio de Educación, 2016).

“M.5.1.50. Interpretar de manera física la segunda derivada (aceleración media, aceleración instantánea) de una función polinomial de grado ≤ 4 , para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets)”. (Ministerio de Educación, 2016)

“M.5.1.51. Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones



racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado ≤ 2 , para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets)". (Ministerio de Educación, 2016)

"M.5.1.64. Calcular la integral definida de una función escalonada, identificar sus propiedades cuando los límites de integración son iguales y cuando se intercambian los límites de integración". (Ministerio de Educación, 2016)

"M.5.1.65. Aplicar la interpretación geométrica de la integral de una función escalonada no negativa como la superficie limitada por la curva y el eje x ". (Ministerio de Educación, 2016)

"M.5.1.66. Calcular la integral definida de una función polinomial de grado ≤ 4 aproximando el cálculo como una sucesión de funciones escalonadas". (Ministerio de Educación, 2016)

"M.5.1.67. Reconocer la derivación y la integración como procesos inversos".

"M.5.1.69. Resolver y plantear aplicaciones geométricas (cálculo de áreas) y físicas (velocidad media, espacio recorrido) de la integral definida, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas". (Ministerio de Educación, 2016)

TEMPORALIZACIÓN

La unidad didáctica está estructurada

en 8 sesiones de 40 minutos cada una. Se puede encontrar la distribución temporal detallada en el Anexo I.

Actividades:

El detalle completo de todas las actividades propuestas para las 8 sesiones se encuentra disponible en el Anexo II debido a su extensión.

Evaluación y autoevaluación de esta propuesta:

La evaluación de esta unidad didáctica se llevará a cabo de manera continua a lo largo de todas las actividades realizadas. Los procesos de evaluación variarán según el tipo de actividad. Para evaluar los ejercicios, que se centran en fortalecer algoritmos y procedimientos matemáticos, se utilizará una lista de logros proporcionada en la Tabla 2.

En relación con los criterios y normas de evaluación, se toman en cuenta los detallados en la Tabla 1. Los porcentajes de puntuación están indicados en la Tabla 3.

Para la evaluación interna de este plan, se emplea una matriz DAFO que destaca las áreas de mejora y los puntos fuertes, además de identificar las posibles amenazas y oportunidades relacionadas con la propuesta descrita en la Tabla 4.

Para evaluar los problemas, que implican actividades de razonamiento y están relacionadas con otras áreas de conocimiento, se empleará una rúbrica detallada en la Tabla 5.

Tabla 1. Componentes de la unidad didáctica centrada en el aprendizaje de cálculo diferencial e integral.

TÍTULO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA: Cálculo integral y diferencial				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	DESTREZAS	CRITERIO DE EVALUACIÓN	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones, mediante el uso de sus propiedades para resolver problemas de situaciones reales en el contexto y ejercicios de optimización.</p> <p>Calcular integrales definidas e indefinidas siguiendo las reglas y propiedades de integración para resolver situaciones problemáticas y el cálculo de áreas de regiones planas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Función derivada • Teorema de Rolle y del valor medio • Función derivada aplicación al cálculo de límites. • Aplicación de derivadas, problemas de optimización. • Primitiva de una función. • Integral indefinida. • Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas. 	<ul style="list-style-type: none"> • M.5.1.47. • M.5.1.48. • M.5.1.49. • M.5.1.50. • M.5.1.51. • M.5.1.64. • M.5.1.65. • M.5.1.66. • M.5.1.67. • M.5.1.69. 	<p>CE.M.5.5. Aplica el álgebra de límites como base para el cálculo diferencial e integral, interpreta las derivadas de forma geométrica y física, resuelve ejercicios de áreas y problemas de optimización.</p>	<p>I.M.5.5.1. Emplea el concepto de límites en sucesiones convergentes y sucesiones reales; opera con funciones escalonadas; halla de manera intuitiva derivadas de funciones polinomiales; diferencia funciones mediante las respectivas reglas para resolver problemas de optimización; concibe la integración como proceso inverso, y realiza conexiones geométricas y físicas. (I.2.)</p>

Tabla 2. Lista de logros para evaluar el desempeño en ejercicios.

Crterios que evaluar	Sí	No
Identificar datos y variables desconocidas (3 puntos) 30%		
Aplicar métodos de resolución adecuados (5 puntos) 50%		
Verificación, revisión y análisis de los resultados obtenidos (2 puntos) 20%		



Tabla 3. Pesos para la evaluación.

Evaluaciones 60%	Tareas de Edpuzzle 10%	Ejercicios resueltos 10%	Problemas resueltos 20%	Total
...../10/10/10/10/10
...../ 6/ 1/ 1/ 2	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. Análisis DAFO de la unidad didáctica propuesta

FACTORES INTERNOS	
Debilidades	Fortalezas
Requiere de responsabilidad por parte de los estudiantes.	Genera autonomía en los estudiantes.
Requiere de más tiempo de organización por parte del docente.	Lleva la realidad de la tecnología y las TIC al aula
Dependencia de los medios tecnológicos, que pueden fallar.	Favorece los ambientes de aprendizaje activo.
FACTORES EXTERNOS	
Amenazas	Oportunidades
Falta de recursos para mantener red de internet en casa.	Favorece el trabajo en grupo y la resolución de problemas, un ambiente similar al que el alumno se encontrará en su futuro laboral.
Resistencia al cambio por parte de la comunidad.	Favorece el desarrollo de habilidades que pueden ser útiles en pruebas externas.
Evaluaciones externas orientadas al memorismo.	
Estudiantes sin hábitos de estudio.	

Tabla 5. Rúbrica para ejercicios de aplicación, problemas.

ACTIVIDADES	4	3	2	1	PUNTAJE
CRITERIOS	100 %	75 %	50 %	25 %	
Analiza el problema para identificar tanto los datos	Registra los datos e incógnitas, junto con sus unidades correspondientes.	Indica los datos e incógnitas y desconocidos sin mencionar	Identifica y registra datos/incógnitas.	No se	



disponibles como las incógnitas presentes.		sus unidades.		evidencia que reconoce los datos.	
Plantea la ecuación del problema.	Redacta la ecuación utilizando los términos apropiados para describir la situación planteada.	Redacta la ecuación de manera incompleta.	Los términos de la ecuación están escritos en orden inverso.	No redacta la ecuación.	
Aplica propiedades y leyes matemáticas fundamentadas en principios lógicos y teoremas establecidos para resolver el problema planteado.	Aplica de manera adecuada las propiedades y leyes matemáticas, respaldadas por fundamentos sólidos, para resolver el problema de manera precisa y correcta.	Aplica de manera incorrecta las propiedades y leyes matemáticas.	Identifica y expresa las propiedades y leyes matemáticas relevantes para la resolución del problema.	Identifica y expresa las leyes matemáticas relevantes para la resolución del problema.	
Evalúa y analiza las soluciones obtenidas en relación con el contexto específico del problema planteado.	Evalúa el problema utilizando un razonamiento sólido y fundamentado.	Evalúa el problema sin proporcionar justificaciones o argumentos fundamentados.	Tiene una noción sobre la solución del problema.	Divaga en la solución del problema.	
Puede hacer uso de la tecnología si es pertinente para resolver el problema.	Emplea la tecnología de manera adecuada y efectiva para abordar el problema de manera precisa y eficiente.	Aplica la tecnología en parte de la resolución del problema.	Reconoce las funciones fundamentales de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.	No hace uso de la tecnología en absoluto.	



DISCUSIÓN

Es importante no confundir ni simplificar la metodología en la que se basa el modelo de clase invertida con el simple hecho de utilizar tutoriales multimedia antes de la clase tradicional, ni centrarse únicamente en el empleo de vídeos como elemento central del modelo.

Asimismo, se debe evitar caer en el tópico de que la clase invertida se reduce a hacer el trabajo del aula en casa y las tareas en la escuela. La verdadera esencia de la clase invertida radica en un enfoque más profundo y complejo, que involucra una redefinición de los roles del docente y del estudiante, así como una transformación en la dinámica de aprendizaje tanto dentro como fuera del aula.

Cuando se lleve a cabo la implementación del modelo, es esencial considerar el papel que deben desempeñar tanto el profesorado como el alumnado. El estudiante asume un papel central en el proceso de aprendizaje, adoptando una responsabilidad activa en el mismo.

Esta dinámica facilita la creación de trayectos educativos personalizados, lo que incrementa su autonomía. Además, tiene la oportunidad de repasar los contenidos tantas veces como sea necesario, lo que le

permite establecer su propio ritmo de aprendizaje. Durante las sesiones en el aula, se espera que el estudiante participe de forma activa en las actividades previstas, colaborando y trabajando en equipo con sus compañeros.

De esta manera, el estudiante se convierte en el protagonista de su proceso de aprendizaje, profundizando en los conocimientos adquiridos previamente en casa a través de la realización de actividades grupales.

Con el cambio de roles que implica la transición de una clase convencional, basada en la instrucción directa, a la clase invertida, se produce un desplazamiento del enfoque centrado en el profesorado hacia el alumnado.

Asimismo, en lugar de enfatizar la memorización de hechos y datos, se fomenta la investigación, la argumentación y la creatividad. En la clase invertida, se prioriza la transformación del conocimiento en acciones concretas en lugar de su mera acumulación, de modo que la calidad de la comprensión, evaluada a través de criterios y demostraciones, prevalece sobre la cantidad retenida.

CONCLUSIONES

La metodología de aprendizaje invertido para la enseñanza de



cálculo diferencial e integral en el nivel de bachillerato propuesta en este artículo se fundamenta en que los estudiantes adquieran el conocimiento previo antes de la clase, permitiendo que el tiempo en el aula se utilice para actividades prácticas y de refuerzo.

La propuesta desarrollada incluye un diseño de una unidad didáctica completa, lo que indica una planificación y una estructuración detallada del contenido y las actividades de aprendizaje, para promover una implementación efectiva y coherente de la metodología propuesta.

Se destaca la importancia de combinar las actividades del aula activa con el trabajo colaborativo para fortalecer tanto la comprensión teórica como la práctica de los conceptos clave. Esta integración proporciona una experiencia de aprendizaje más enriquecedora y significativa para los estudiantes.

La propuesta se alinea con los principios del constructivismo, resaltando el papel activo del estudiante en su propio proceso de aprendizaje. Se fomenta la autonomía y la creatividad, lo que empodera a los estudiantes para que sean participantes activos en su educación. Los fundamentos del aprendizaje invertido incluyen la creación de un entorno flexible, la

promoción de una cultura de aprendizaje, la selección deliberada de contenido y la profesionalidad del docente.

Finalmente, la presentación del diseño de la unidad didáctica pretende proporcionar una herramienta para la enseñanza del cálculo diferencial, ayudando a los educadores a implementar enfoques pedagógicos efectivos y centrados en el estudiante en este campo específico de las matemáticas, con la expectativa de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo integral y diferencial para estudiantes de Bachillerato.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asens-Munté, M. (2015). El modelo de aprendizaje invertido como herramienta innovadora en la asignatura de Empresa e Iniciativa Emprendedora de Formación Profesional [Universidad Internacional UNIR]. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2971>
- Berenguer-Albaladejo, C. (2016). Acerca de la utilidad del aula invertida o flipped classroom. [Universidad Internacional UNIR]. [Acerca de la utilidad del aula invertida o flipped classroom - Dialnet \(unirioja.es\)](https://www.dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6144444)



- Calle. (2012). Teorema del VALOR MEDIO - Lagrange BACHILLERATO unicosos - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=q6jhJEX9lug&t=137s&ab_channel=unicosos
- Cattaneo, M. (2017). Teorías educativas contemporáneas y modelos de aprendizaje.
<https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/Investigacion/211105MCattaneo.pdf>
- Fidalgo-Blanco, Á., Sein-Echaluce, M. L., & García-Peñalvo, F. J. (2018). Del método de aula invertida al aprendizaje invertido.
<https://doi.org/10.5281/ZENODO.2081943>
- Flores, N. (2018). Estudio de preferencias declaradas sobre metodologías de enseñanzas constructivistas. *Revista Educación En Ingeniería*, 14(27),83-88.
<https://doi.org/10.26507/rei.v14n27.952>
- Gómez. (2018). Integración por sustitución | Introducción - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=UZyG4jCBMgU&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex
- Hernández, E. (2013). Cálculo Diferencial e Integral con aplicaciones (1st ed., Vol. 1). *Revista digital Matemática Educación e Internet*.
<https://galois.azc.uam.mx/mate/LIBROS/matematicas3.pdf>
- Maol. A. (2019). Demostración usando Teorema de Rolle, y teorema de valor intermedio - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=3IOH86jhrpc&t=2s&ab_channel=MateFacil
- Martínez-Olvera, W., Esquivel-Gómez, I., & Martínez, J. (2014). Aula invertida o modelo invertido de aprendizaje: Origen, sustento e implicaciones.
http://tebaevmartinez.com/documentos/Aula_Invertida_o_Modelo_Invertido_de_Aprendizaje.pdf
- Ministerio de Educación. (2016). Currículo de EGB y BGU.MATEMÁTICA.
[MATE_COMPLETO.pdf \(educacion.gob.ec\)](http://educacion.gob.ec/MATE_COMPLETO.pdf)
- Morales. (2017). Cálculo Integral. Aplicación en crecimiento de plantas. 2a versión - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=gmho0yC73HM&ab_channel=ProfeV%C3%ADctorMorales
- Ocaña, A. O. (2017). Modelos Pedagógicos y Teorías del Aprendizaje: ¿Como elaborar



- el modelo pedagógico de la institución educativa?
<https://edicionesdelau.com/producto/modelos-pedagogicos-y-teorias-del-aprendizaje/>
- Ríos. (2010). Problema 1 de OPTIMIZACIÓN. YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=_exKGOyFZ50&t=47s&ab_channel=julioprofe
- Ríos. (2016). Problema 3 de OPTIMIZACIÓN - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=GkH56yhH66A&t=5s&ab_channel=julioprofe
- Salas-Rueda, R.-A., & Lugo-García, J.-L. (2019). Impacto del aula invertida durante el proceso educativo sobre las derivadas. EDMETIC, 8(1), 147-170.
<https://doi.org/10.21071/EDMETIC.V8I1.9542>
- Solís, F. (2015). (3) Teoremas de derivación. Reglas básicas para derivadas. Cálculo diferencial - YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=06QNxGOW_to&t=2s&ab_channel=Matem%C3%A1ticascillas
- Tortosa Ybáñez, M. T., & Álvarez Teruel, J. D. (2016). XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Investigación, innovación y enseñanza universitaria: enfoques pluridisciplinares. RUA: XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Investigación, innovación y enseñanza universitaria: enfoques pluridisciplinares
- Vargas. (2015). Integrales desde cero, Tabla de fórmulas de integración. YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=a3EPiFH72pM&t=889s&ab_channel=AcademiaInternet
- Viñoles, M. A. (2013). Conductismo y constructivismo: modelos pedagógicos con argumentos en la educación comparada. HumanArtes. *Revista Electrónica de Ciencias Sociales y Educación*, 2(3), 7-20. [Revista HumanArtes :: Revista HumanArtes \(webnode.es\)](http://webnode.es)
- Yesyd, E., & Buitrago, P. (2021). ¿Por qué a muchos estudiantes se les dificulta aprender matemáticas, en el nivel de secundaria? <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20500.12209/17079>



ANEXOS

Anexo I. Distribución temporal de la Unidad Didáctica.

Sesión	Título	Actividades	Duración (minutos)
1	Función derivada, propiedades y cálculos	Actividad 1, lúdica de inicio: identificación de propiedades de las derivadas.	10
		Actividad 2, de desarrollo: Organizador gráfico de las propiedades, resolución de ejercicios de aplicación de las propiedades, ejercicios de aplicación.	30
2	Teorema de Rolle	Actividad 3, lúdica de inicio: Preguntas puntuadas, lluvia de ideas para la elaboración de un organizador gráfico.	10
		Actividad 4, de desarrollo: ejercicios de aplicación del teorema de Rolle.	30
3	Teorema de Rolle y valor medio	Actividad 5, lúdica de inicio: preguntas puntuadas.	5
		Actividad 6, de desarrollo: ejercicios de aplicación del valor medio, evaluación de los contenidos revisados.	35
4	Aplicaciones de las derivadas	Actividad 7, lúdica de inicio: cálculo diferencial mental	5
		Actividad 8, de desarrollo: resolución de problemas	35
5	Aplicaciones de la derivada	Actividad 9, lúdica de inicio: armado de una caja de volumen optimizado.	15
		Actividad 10, de desarrollo: resolución de problemas de optimización.	25
6	Primitiva de una función	Actividad 11, lúdica de inicio: preguntas puntuadas.	5
		Actividad 12, de desarrollo: ejercicios de aplicación de las propiedades de integración.	35
7	Integral indefinida	Actividad 13, lúdica de inicio: carta volteada	5
		Actividad 14, de desarrollo: ejercicios de aplicación, integral indefinida.	35
8	Integral definida	Actividad 15, lúdica de inicio, cálculo mental de integrales	5
		Actividad 16, de desarrollo, ejercicios de aplicación de la integral definida.	35

Fuente: Elaboración propia.

Anexo II. Actividades de la Unidad Didáctica.

Sesión N° 1.		
Tema: Derivada de las funciones reales.		
Objetivos	Contenidos	
Identificar los algoritmos de derivación de las funciones.	Derivadas de las funciones Propiedades básicas de derivación Derivadas de las operaciones Fórmulas Regla de la cadena	
Descripción	Destrezas a trabajar	
Se trabaja con los estudiantes las derivadas de las funciones reales, siguiendo los algoritmos de las fórmulas básicas.	M.5.1.47, M.5.1.48, M.5.1.49, M.5.1.50, M.5.1.51.	
En casa:	En el aula:	Tareas:
<p>El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialElIntegralConAplicaciones</p> <p>(Hernández, 2013) para analizar la parte teórica y para entender los procesos de derivación por las fórmulas básicas, se visualiza el video en YouTube de (Solís, 2015)</p>	<p>Actividad 1, de inicio: se realiza un juego de parejas, donde se le da insignias a los estudiantes para que relacionen funciones con sus fórmulas básicas.</p> <p>Actividad 2, de desarrollo: se realiza un organizador gráfico sobre las propiedades de las derivadas con la ayuda de una lluvia de ideas sobre los contenidos que revisaron en casa, fórmulas básicas de derivación.</p> <p>Se trabaja en equipos de 4 estudiantes 40 ejercicios de funciones simples derivadas. (Los ejercicios se toman de las páginas 104 -122 del texto de apoyo. (Hernández, 2013)</p>	<p>Revisar el quiz en la plataforma Edpuzzle. Contiene 10 ejercicios para desarrollar por las fórmulas básicas de derivación. (anexo 8.1, figura 7)</p> <p>https://edpuzzle.com/media/5efd3d8ade84963f102bc56a</p>
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Para las actividades en el aula, se puede trabajar en un espacio abierto como en los jardines para generar un ambiente amigable, para la inducción en parejas y para la aplicación en grupos de 4 estudiantes.	<p>Físicos: Lápiz Esferográficos</p> <p>Borrador</p> <p>Tinta correctora Cuaderno de trabajo</p> <p>Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle</p>	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Lista de logros.		



Sesión N° 2.		
Tema: Teorema de Rolle y valor medio.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la derivación de funciones en el teorema de Rolle y valor medio.	Teorema de Rolle Teorema del valor medio	
Descripción	Destrezas a trabajar M.5.1.47, M.5.1.48, M.5.1.49, M.5.1.50, M.5.1.51.	
Se trabaja con los estudiantes el uso de derivadas en el teorema de Rolle y valor medio.		
En casa:	En el aula:	Tareas:
<p>El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialEltegralConAplicaciones (Hernández, 2013)</p> <p>Para analizar la parte teórica y video tutorial de teorema de Rolle y valor medio, se visualiza el vídeo en YouTube de (Maol, 2019)</p>	<p>Actividad 3, de inicio: se realiza un juego de preguntas sobre el contenido teórico asignándole puntuación adicional para evaluaciones. Lluvia de ideas.</p> <p>Actividad 4, de desarrollo:</p> <p>Se pide a los estudiantes que en parejas trabajen el desarrollo y elaboración de un organizador gráfico donde puedan plasmar lo entendido en el teorema de Rolle y valor medio, esta actividad la completarán con los conocimientos que lograron adquirir de la actividad de revisión previa a la clase.</p> <p>Se pide al azar que algunos estudiantes presenten su organizador al grupo y se verifica que los aspectos teóricos sean correctos. A la pareja de trabajo se le asignan 4 ejercicios para luego presentar y explicar uno al grupo en la pizarra.</p>	<p>Realizar los 4 ejercicios de la pág. 167 (anexo 8.1, figura 15) como ejercicios de refuerzo del texto de Hernández (2013).</p> <p>Marcada en el material de apoyo.</p>
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Estas actividades se pueden trabajar en el aula habitual de clase para poder reforzar procesos y algoritmos matemáticos en los que los estudiantes tengan dificultades, así como socializar resultados obtenidos.	<p>Físicos: Lápiz Esferográficos Borrador Tinta correctora</p> <p>Cuaderno de trabajo</p> <p>Digitales: Plataforma Classroom,</p>	40 minutos



	Edpuzzle	
Instrumento de evaluación		
Lista de logros.		

Sesión N° 3.		
Tema: Teorema de Rolle y valor medio.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la derivación de funciones en el teorema de Rolle y valor medio.	Teorema de Rolle Teorema del valor medio	
Descripción	Destrezas a trabajar M.5.1.47, M.5.1.48, M.5.1.49, M.5.1.50, M.5.1.51	
Se trabaja con los estudiantes el uso de derivadas en el teorema de Rolle y valor medio.		
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma Classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialIntegralConAplicaciones para analizar la parte teórica y video tutorial de teorema de Rolle y valor medio (Calle, 2012)	<p>Actividad 5, de inicio: Preguntas puntuadas, proceso de revisión de los ejercicios asignados a casa, se verifica el entendimiento del tema.</p> <p>Actividad 6, de desarrollo: Se trabaja de manera individual un grupo de 5 ejercicios sobre teorema de Rolle y valor medio, se socializan los resultados en la pizarra con la participación de algunos estudiantes seleccionados al azar.</p> <p>Al finalizar se aplica una lección escrita sobre derivada de las funciones, teorema de Rolle y valor medio con un bloque de 4 ejercicios de derivadas, 2 de teorema de Rolle y valor medio y un cuadro de 2 preguntas teóricas.</p>	<p>Realizar los 4 ejercicios de la pág. 169 (anexo 8.1, figura 16) como ejercicios de refuerzo del texto de Hernández (2013). Marcada en el material de apoyo.</p> <p>Completar el quiz de Edpuzzle: https://edpuzzle.com/media/5ad247a00ec31740f51f5530</p>
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en el aula de clase para poder reforzar procesos y revisar algunos ejercicios para aclarar el tema.	<p>Físicos: Lápiz Esferográficos</p> <p>Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo</p> <p>Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle</p>	40 minutos



Instrumento de evaluación
Lista de logros.

Sesión N° 4.		
Tema: Optimización.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la derivación de funciones para resolver problemas de situaciones reales del contexto.	Derivadas de las funciones. Procesos de optimización.	
Descripción	Destrezas a trabajar: M.5.1.47, M.5.1.48, M.5.1.49, M.5.1.50, M.5.1.51, M.5.1.64	
Se trabaja problemas de optimización que se resuelven al aplicar conocimientos sobre las derivadas de las funciones.		
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialIntegralConAplicaciones Para analizar la parte teórica y video tutorial de optimización, visualizarán el vídeo de YouTube de ((Ríos, 2010)	<p>Actividad 7, de inicio: cálculo mental de derivadas, lluvia de ideas sobre los medios donde se aplica las derivadas y sobre los procesos de optimización.</p> <p>Actividad 8, de desarrollo: Se trabaja en pares 2 problemas de optimización, luego se pide que pasen a explicar la solución de dicho problema.</p>	Revisar el quiz en la plataforma edpuzzle que contiene preguntas en un problema de optimización https://edpuzzle.com/medial/5c6ad59cfce56d40aa766ffc
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en el laboratorio, es conveniente siempre cambiar el ambiente y lugar de trabajo para evitar la monotonía, se puede trabajar con material didáctico.	<p>Físicos: Lápiz Esferográficos</p> <p>Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo</p> <p>Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle</p>	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Rúbrica para problemas.		

Sesión N° 5.	
Tema: Optimización.	
Objetivos	Contenidos
Aplicar las propiedades de la derivación de funciones para resolver problemas de situaciones reales del contexto.	Derivadas de las funciones. Procesos de optimización.
Descripción	Destrezas a trabajar



Se trabaja problemas de optimización que se resuelven al aplicar conocimientos sobre las derivadas de las funciones.		M.5.1.47, M.5.1.48, M.5.1.49, M.5.1.50, M.5.1.51, M.5.1.64
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo: texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialElIntegralConAplicaciones Para analizar la parte teórica y video tutorial de optimización, visualización en YouTube del video de (Ríos, 2016)	Actividad 9, de inicio: Construcción de una caja con una cartulina, siguiendo los procesos de optimización para obtener el mayor volumen posible. Actividad 10, de desarrollo: Se trabaja en pares 2 problemas de optimización, luego se pide que pasen a explicar la solución de dicho problema.	Revisar el quiz en la plataforma Edpuzzle. Contiene un problema de optimización para obtener https://edpuzzle.com/media/5c6ad810fce56d40aa76910c
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en el laboratorio, para desarrollar la actividad de inducción, construcción de una caja del mayor volumen posible.	Físicos: Lápiz Esferográficos Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Rúbrica para problemas.		

Sesión N° 6.		
Tema: Integración.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la integración de funciones para resolver problemas de situaciones reales del contexto.	Integrales Propiedades de la integración.	
Descripción	Destrezas a trabajar , M.5.1.64, M.5.1.65, M.5.1.66, M.5.1.67, M.5.1.69.	
Se trabaja ejercicios sobre las propiedades de la integración con sus fórmulas básicas.		
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialElIntegralConAplicaciones Para analizar la parte teórica se usa el video tutorial de integración: visualización en YouTube del video de (Vargas, 2015)	Actividad 11, de inicio: Lluvia de ideas, organizador gráfico de integrales con preguntas puntuadas. Actividad 12, de desarrollo: Se trabaja en grupos de 3 estudiantes 15 ejercicios de integración por	Revisar el quiz en la plataforma Edpuzzle. Contiene ejercicios de integración con sus propiedades. https://edpuzzle.com/media/5f0fb35f142f513ef5f13fde



	simple inspección aplicando propiedades.	https://edpuzzle.com/media/5f0fb396e7f43a3f02c77dea Realizar los 6 ejercicios de la pág. 250 (anexo 8.1, figura 17) como ejercicios de refuerzo del texto de Hernández. Marcada en el material de apoyo.
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en los jardines para generar un ambiente tranquilo y de solvencia.	Físicos: Lápiz Esferográficos Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Lista de logros.		

Sesión N° 7.		
Tema: Integral indefinida.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la integración para resolver ejercicios de aplicación.	Integral indefinida. Propiedades de integración.	
Descripción	Destrezas a trabajar	
Se trabaja ejercicios de integral indefinida.	M.5.1.64, M.5.1.65, M.5.1.66, M.5.1.67, M.5.1.69.	
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo, texto digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialIntegralConAplicaciones Para analizar la parte teórica, el video tutorial de las propiedades de integración se visualiza en YouTube (Gómez, 2018)	Actividad 13, de inicio: Carta volteada, se trabaja reconocimiento de fórmulas de integración. Actividad 14, de desarrollo: Se trabaja en pares 10 ejercicios de	Realizar los 5 ejercicios de la pág. 284 (anexo 8.1, figura 18) como ejercicios de refuerzo del texto de Hernández. Marcada en el material de apoyo.



	integral definida.	
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en la clase para poder ayudar a los estudiantes con ejercicios complicados y que ellos puedan pasar a la pizarra a resolverlos.	Físicos: Lápiz Esferográficos Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Lista de logros.		

Sesión N° 8.		
Tema: Integral definida, ejercicios de aplicación.		
Objetivos	Contenidos	
Aplicar las propiedades de la integración para determinar integrales definidas y aplicarlas a problemas.	Integrales Propiedades Integral definida Aplicaciones.	
Descripción	Destrezas a trabajar	
Se trabaja integrales definidas y ejercicios de aplicación.	M.5.1.64, M.5.1.65, M.5.1.66, M.5.1.67, M.5.1.69.	
En casa:	En el aula:	Tareas:
El estudiante revisará en la plataforma classroom el material de apoyo digital: https://archive.org/details/2009CalculoDiferencialIntegralConAplicaciones Para analizar la parte teórica y video tutorial de aplicaciones de integración, visualización en YouTube del video de (Morales, 2017).	Actividad 15 de inicio: Cálculo mental de integrales. Actividad 16, de desarrollo: Se trabaja en pares 5 ejercicios de integral definida y 2 problemas de aplicación.	Revisar el quiz en la plataforma Edpuzzle. Contiene problemas de integración definida y aplicaciones. https://edpuzzle.com/media/5f10a64d0119dc3f254a6207
Espacio y agrupamiento	Recursos	Duración
Esta actividad se puede trabajar en el laboratorio en parejas.	Físicos: Lápiz Esferográficos Borrador Tinta correctora Cuaderno de trabajo Digitales: Plataforma Classroom, Edpuzzle	40 minutos
Instrumento de evaluación		
Rúbrica de problemas Lista de logros		